

DOCUMENT RESUME

ED 199 279

TM 810 188

AUTHOR Rimoldi, Horacio J. A.: And Others
TITLE Decision e Informacion en Solucion de Problemas. Publicacion No. 77 (Information and Decision Making in Problem Solving. Publication No. 77).
INSTITUTION Centro Interdisciplinario de Investigaciones en Psicologia Matematica y Experimental, Buenos Aires (Argentina).
FOR DATE 29 Jun 79
NOTE 29p.
LANGUAGE Spanish; English
EDRS PRICE MF01/PC02 Plus Postage.
DESCRIPTORS *Decision Making; *Evaluation Methods; Foreign Countries; *Formative Evaluation; Mathematical Formulas; *Problem Solving; *Questioning Techniques
IDENTIFIERS *Argentina; *Tactics

ABSTRACT

A technique using information and decision-making theories to evaluate problem solving tactics is presented. In problem solving, the process of solution is evaluated by investigating the questions that the subject doing the problem solving asks. The sequence of questions asked is called a tactic. It is assumed that: (1) tactics are the observable images of the problem solving process; (2) questions asked reduce uncertainty; (3) if the subject has solved the problem without reducing his uncertainty to zero it is very likely that he or she has guessed; and (4) zero uncertainty may be reached using different tactics. The intrinsic difficulty of the problem is defined by its structure. Theoretically, the amount of information given by the answer to a certain question depends on that question in that problem. Therefore, the same answer to the same question does not always reduce uncertainty by the same amount. Two figures are used to illustrate the structure of problems, and the total uncertainty of the problems is defined in terms of the number of final branches of the logical tree. (RL)

 * Reproductions supplied by EDRS are the best that can be made *
 * from the original document. *

ED199279

CIIPME

Centro Interdisciplinario de Investigaciones en Psicología Matemática y Experimental
Cangallo 2158 - 1040 Buenos Aires, Argentina

ISSN 0325-2354



U.S. DEPARTMENT OF HEALTH,
EDUCATION & WELFARE
NATIONAL INSTITUTE OF
EDUCATION

THIS DOCUMENT HAS BEEN REPRODUCED EXACTLY AS RECEIVED FROM THE PERSON OR ORGANIZATION ORIGINATING IT. POINTS OF VIEW OR OPINIONS STATED DO NOT NECESSARILY REPRESENT OFFICIAL NATIONAL INSTITUTE OF EDUCATION POSITION OR POLICY.

"PERMISSION TO REPRODUCE THIS MATERIAL HAS BEEN GRANTED BY

H. Rimoldi

TO THE EDUCATIONAL RESOURCES INFORMATION CENTER (ERIC)."

Tm 860 188

**Centro Interdisciplinario de Investigaciones en Psicología Matemática y Experimental
(CIIPME)**

Cangallo 2158 - Buenos Aires - República Argentina

DECISION E INFORMACION EN SOLUCION DE PROBLEMAS

**Horacio J.A. Rimoldi, María Cristina Richaud de Minzi y
Elisa Graciela Radovanovic**

Publicación N° 77

**Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - U.B.A.**

DECISION E INFORMACION EN SOLUCION DE PROBLEMAS

Horacio J.A. Rimoldi, María Cristina Richaud de Minzi y
Elisa Graciela Radovanovic

Resumen: En este trabajo se describen brevemente varios métodos empleados para evaluar tácticas de resolución de problemas y se detalla cómo interactúan la adquisición de información con los procesos de decisión. Se analiza también el efecto de la información redundante e irrelevante en la solución de problemas.

Además, se utiliza como punto de comparación no un promedio estadístico sino un criterio lógico basado en la estructura del problema, lo que permite evaluar cómo problemas basados en la misma estructura pero presentados en modalidades distintas (isomórficos) son resueltos por los sujetos.

Abstract: A description of various methods for the evaluation of problem solving tactics is given. The interaction between the acquisition of information and decision processes is made explicit. The effects of redundant and irrelevant information in problem solving tactics is also described. The problems used are based on rigid logical formulations, and this makes it possible to evaluate observed tactics in terms of the criterion provided by the logical structure of the problem. The influence of different modalities in the tactics followed to solve problems based on the same structure (isomorphic problems) can thus be evaluated.

DECISION E INFORMACION EN SOLUCION DE PROBLEMAS (*)

Horacio J.A. Rimoldi, María Cristina Richaud de Minzi y
Elisa Graciela Radovanovic

En 1954, Rimoldi desarrolló una nueva técnica para el estudio del diagnóstico médico que ponía énfasis en el proceso de resolución y no en el resultado final (Rimoldi, 1955, 1960a, 1961a). Esta técnica fue extendida más tarde a otros campos de aplicación y proveyó una base experimental para la interpretación del proceso de resolución de problemas. A lo largo de varios años se intentaron diferentes técnicas de evaluación, que aunque relacionadas, estaban basadas en distintos principios.

El proceso de resolución de problemas se estudia solicitando al sujeto que haga aquellas preguntas que considere necesarias para resolver un determinado problema. La secuencia de preguntas constituye la táctica del sujeto, que se supone se corresponde con el proceso.

Originalmente, se evaluaba el rendimiento de los sujetos empleando una aproximación probabilística. La táctica se analizaba considerando: a) frecuencia con que cada pregunta era elegida por un grupo de sujetos y b) orden en que las preguntas se realizaban.

El primer sistema de evaluación llevó a la definición de coeficiente de utilidad, puntajes de utilidad, curvas de rendimiento máxima y mínima, relación existente entre ambas curvas y un modelo ideal representado por tácticas ideales de acuerdo con las cuales el valor de las preguntas que la constituyan era sólo de 1.00 ó .00 (Rimoldi, 1961a, 1961c).

El segundo sistema empleaba, para identificar relaciones de orden, diversas formulaciones estadísticas, tales como el coeficiente tau y el coeficiente W de Kendall (1948) o el método de Pattern Analysis (Rimoldi, 1960b).

En ese entonces aún no se había encontrado una forma de combinar los dos componentes esenciales de toda táctica: orden y cantidad de información.

El primer intento consistió en preparar tablas de doble entrada en las que se anotaba la frecuencia con que se daba cada pregunta en cada orden (Rimoldi, 1961b), de manera que fuera posible comparar los resultados así presentados, obtenidos en muestras diferentes. Una vez construida la tabla de frecuencias era transformada en proporciones, que constituyan las normas de las cuales dependía el puntaje de una

(*) Publicación del Centro Interdisciplinario de Investigaciones en Psicología Matemática y Experimental (CIIPME) N° 77.

secuencia individual. Resumiendo, en este método se confería importancia a las preguntas seleccionadas, al orden de selección y al orden cero (preguntas no elegidas) y era una evaluación en términos de grupo, de modo que para diferentes grupos la misma táctica podía tener distintos valores. Nótese que en este procedimiento es posible hacer una representación gráfica de cada táctica acumulando las proporciones correspondientes a cada pregunta, de acuerdo con el orden en que fue formulada. Una variante de este método consistió en construir una tabla de proporciones, calculadas según los valores que se obtendrían si no hubiera asociación entre las preguntas y el orden en que fueron elegidas (Rimoldi, 1961b). Si se calcula para cada pregunta la diferencia entre el valor de las proporciones observadas y el de las proporciones esperadas y si se acumulan los valores de esas diferencias, se obtienen una serie de curvas que indican el éxito o fracaso en la elección de una pregunta, en un determinado momento. El puntaje de cada sujeto puede representarse por la suma de las diferencias de los valores de las proporciones observadas y esperadas, para todas las preguntas que él ha elegido. Para un total de n preguntas, la probabilidad de aparición de una táctica de longitud k va dada por la siguiente expresión: $\frac{1}{n(n-1) \dots (n-k+1)}$. Sin embargo, experimentalmente puede y suele ocurrir que algunas secuencias de igual longitud sean preferidas a otras, lo que puede ser evaluado comparando el porcentaje de las mismas con la probabilidad teóricamente calculada.

Hasta aquí subsistía el problema de tener que referir el puntaje a un determinado grupo. Se pensó entonces en una nueva técnica que basaba la construcción de las normas o tablas de proporciones en las soluciones ideales del problema, es decir aquellas dictadas por las relaciones lógicas inherentes al problema, utilizando el concepto de pares parcialmente ordenados (Birkhoff). Acá se introduce por primera vez la idea de interpretar una táctica observada en términos de una táctica definida estrictamente sobre la base de la lógica, es decir que el rendimiento individual se evalúa de acuerdo con un estándar objetivo, establecido por las relaciones lógicas encontradas en el problema (Rimoldi, 1963). Es decir, que desde 1963 se utilizó una forma de evaluación semejante a la que años más tarde iba a ser popularizada por Block y otros (1971) y que en esencia consiste en evaluar resultados en términos de un criterio prefijado que no es necesariamente el promedio de las observaciones.

Dado que este último método era demasiado severo en lo que respecta a la aplicación de las normas a la secuencia observada, se pensó una técnica que utilizaba las mismas normas del método anterior pero que trataba de contemplar una reestructuración o una tardía comprensión de la naturaleza del problema por parte del sujeto (Rimoldi, 1964). El procedimiento consistía en una suerte de apareamiento entre la secuencia observada y la táctica ideal para determinar la secuencia

ideal que más se aproximaba a la secuencia observada, maximizando así la evaluación del rendimiento. El primer paso de lo que se llamó "Schema Pulling Out Method", consistía en extraer de la secuencia observada todas las preguntas irrelevantes, manteniendo el orden de las preguntas restantes tal como lo había establecido el sujeto. Como resultado se obtenía una secuencia ideal completa o parcial. Resumiendo, esta técnica proporcionaba ventajas al sujeto otorgándole el beneficio de la duda.

En 1964 se intentó establecer un nuevo método de evaluación basado en la teoría de la información (Rimoldi, 1964). Se partió de un supuesto novedoso: el sujeto trata de alcanzar la solución del problema reduciendo su incertidumbre (Attneave, 1959). De acuerdo con esto, se puede decir que un sujeto ha resuelto un problema cuando ha reducido su incertidumbre a cero. De no haber reducido a cero la incertidumbre y de haber dado la respuesta correcta, puede decirse que el sujeto ha adivinado la solución.

Recientemente, se ha estudiado el proceso de solución de problemas como un juego dual en el que decisiones e información interactúan y se complementan. Es decir, no sólo es importante reducir la incertidumbre sino el cómo se la reduce.

REDUCCION DE INCERTIDUMBRE Y PROCESOS DE DECISION EN LA SOLUCION DE PROBLEMAS

Para resolver un problema el sujeto debe realizar una secuencia de preguntas (táctica). Se supone: a) que la táctica es la imagen observable del proceso que ocurre en el sujeto; b) que a medida que el sujeto va haciendo preguntas para llegar a una solución, reduce su incertidumbre y c) que si el sujeto resuelve el problema sin haber reducido a cero su incertidumbre es probable que haya adivinado o que conozca de antemano la solución en forma total o parcial, d) existen varias tácticas que reducen a cero la incertidumbre del problema (Rimoldi, 1969; 1979).

Teóricamente hablando, la estructura formal de un problema define la dificultad intrínseca del mismo (Rimoldi, 1963). La estructura formal depende de los elementos del problema, de sus relaciones y de las operaciones posibles entre los mismos. Dado un problema concreto que puede considerarse como una estructura presentada en una cierta modalidad, las decisiones que el sujeto hace al elegir tal o cual pregunta reducen en alguna medida la incertidumbre. Por lo tanto, diferentes secuencias de preguntas (tácticas) reducirán diferentemente la incertidumbre, definiendo así la dificultad observada del problema. Es decir, la dificultad intrínseca de un problema es una constante pero la dificultad observada varía, para problemas con la misma estructura, de acuerdo con la táctica que el sujeto sigue. La dificultad extrínseca es la diferencia que existe entre la dificultad observada y la dificultad intrínseca y depende de diferentes variables, como por ejemplo el modo de presentación del problema (Rimoldi, 1963).

Las preguntas que definen la táctica corresponden a las decisiones que el sujeto realiza en la esperanza de obtener información que le permita reducir su incertidumbre para poder resolver el problema. Esta interpretación del proceso supone la adquisición de información y la realización de una secuencia ordenada de decisiones. Ambas teorías -la de información y la de decisión- y no solamente una de ellas pueden pues contribuir a dilucidar el problema.

Teóricamente hablando, la cantidad de información que proporciona la respuesta a una cierta pregunta, depende de esa pregunta en ese problema. Sin embargo, la misma respuesta a una misma pregunta no reduce siempre la misma cantidad de incertidumbre, ya que, de acuerdo con las decisiones hechas por el sujeto precedentemente, puede ocurrir que ella aporte información ya conocida, total o parcialmente, o no conocida. En el primer caso, la información adquirida es mínima o ninguna y en el segundo es máxima. Dicho de otra manera, cada táctica es un todo orgánico en la cual cada pregunta tiene un valor o significación especial que puede o no ser igual al que tendría si ocupara otro lugar en la táctica o si perteneciera a otra táctica. Es decir, decisiones e información interactúan de diferentes maneras en diferentes tácticas.

Existen tácticas que con la respuesta a cada pregunta reducen al máximo la incertidumbre del sujeto con respecto al problema, hasta hacerla cero. Estas tácticas tienen el menor número posible de preguntas y no presentan preguntas redundantes ni irrelevantes. Hemos llamado a tales secuencias tácticas ideales (Rimoldi, 1967; 1979). En términos de la distancia que existe entre la táctica ideal y la táctica observada es posible evaluar esta última. Esta manera de proceder permite dar un puntaje a cada sujeto en cada problema, no en términos de un promedio, sino en función de una táctica cuyas propiedades han sido definidas con mínima ambigüedad.

En ciertos problemas como por ejemplo diagnóstico médico, asuntos cotidianos, etc. puede ser difícil determinar la incertidumbre total del problema y el monto de nueva información con que contribuye la respuesta a cada pregunta. Esto se debe fundamentalmente a que la estructura del problema es compleja y difícil de precisar. En este trabajo nos limitaremos fundamentalmente a describir una técnica de evaluación de tácticas que corresponde a problemas con estructuras lógicas definidas como se dan en grupos parcialmente ordenados.

METODO DE EVALUACION

El método supone, como ya se ha dicho, que cuando un sujeto resuelve un problema trata de reducir su incertidumbre. Se define como incertidumbre del problema al $\log_2 n$ siendo n el número de preguntas igualmente probables, es decir de ramas finales del árbol lógico corres-

pondiente al problema. La unidad de medida es el dígito binario o bit de información (*).

Un sujeto debería resolver un problema cuando reduce la incertidumbre a cero. Si el sujeto da una respuesta final sin haber reducido totalmente la incertidumbre, se puede decir que ha adivinado.

Recordemos que cada problema tiene una estructura representada por un árbol lógico. Sin embargo, el método empleado puede adaptarse a otros tipos de conjuntos parcialmente ordenados, como por ejemplo retículos.

Cuando el sujeto hace una pregunta, al obtener la respuesta debería eliminar determinada cantidad de ramas reduciendo la incertidumbre total. El puntaje de cada pregunta es definido por el $\log_2$ del número de ramas del árbol que quedan después de hecha la pregunta, sustraído de la incertidumbre existente antes de hacer la pregunta. El puntaje final del sujeto se calcula sumando los puntajes obtenidos en las sucesivas preguntas y dividiendo por el número total de preguntas hechas.

Por ejemplo, dado un problema con la siguiente estructura:

Figura 1



Este problema tiene cuatro ramas finales, es decir que la incertidumbre de este problema es $\log_2 4 = 2$. Una de las tácticas posibles es que el sujeto haga la pregunta que corresponde a a_1 eliminando dos ramas del problema, de manera que quedan otras dos ramas sin resolver. El puntaje que corresponde a esta pregunta es $\log_2 4 - \log_2 2 = 2 - 1 = 1$.

(*) La idea de equiprobabilidad es útil, aunque no necesariamente correcta. Resulta, que al desconocer la forma en que "opera" el pensamiento es defendible y justificable dar a diferentes alternativas el mismo valor.

La siguiente pregunta del sujeto podría ser la que corresponde a a_2 , donde una de las dos ramas restantes quedaría eliminada, quedando solamente una. El puntaje correspondiente a esta pregunta es $\log_2 2 - \log_2 1 = 1 - 0 = 1$.

Con respecto a la variable orden, se supone que la misma afecta la cantidad de información real que el sujeto adquiere. Por ejemplo, en el caso que estamos analizando la pregunta d_2 hecha antes que la pregunta a_1 debería ser penalizada, pues es intuitivamente claro que la pregunta a_1 incluye la información correspondiente a c_2 y d_2 . Es decir, al preguntar a_1 luego de d_2 , la información que el sujeto obtiene con a_1 es sólo una parte de la que podría haber obtenido si hubiera hecho las preguntas en el orden $a_1 + d_2$. Por esta razón las inversiones de orden se castigan con relación a la pregunta que ocupa el orden equivocado de acuerdo con el índice $1 - \frac{1}{k}$ donde j = desplazamiento con relación al ordenamiento que va de lo más general a lo más particular, k = número de posibles inversiones para la estructura del problema.

Por ejemplo, en el caso de la Figura 1, existen dos órdenes de modo que $k = 2$. Al ubicar d_2 antes que a_1 existe una inversión de orden cuyo índice será $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, o sea que el valor de información de la pregunta d_2 deberá ser pesado por $\frac{1}{2}$.

Sea el caso de un árbol más complejo como el representado en la Figura 2. Si el sujeto comienza con la pregunta d_2 y luego hace la pregunta a_1 , el puntaje de la pregunta d_2 es $\frac{2}{3}$ del valor que le correspondería si no hubiera hecho la inversión, dado que $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. Si, en cambio, hubiera comenzado con la pregunta m_3 y luego hubiera hecho la pregunta a_1 , el puntaje de la pregunta m_3 sería $\frac{1}{3}$ de su valor real, o sea $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

El puntaje total de la táctica se obtiene sumando la reducción de incertidumbre que acumula cada pregunta y promediando por el número total de preguntas realizadas. En el caso de inversión de orden, se emplea el pesaje anteriormente indicado.

Sea el caso del problema representado en la Figura 2, donde el sujeto realiza la siguiente táctica: $a_1 + c_1 + g_2 + h_2 + w_3$. La incertidumbre total del problema es $\log_2 18 = 4.16993$, donde 18 es el número

mero total de alternativas supuestamente equiprobables.

Al hacer la pregunta a_1 y obtener la respuesta No, el sujeto sabe que puede eliminar las seis ramas de tercer orden comprendidas por la pregunta a_1 , de manera que el valor de incertidumbre que reduce la pregunta a_1 será $\log_2 18 - \log_2 12 = .58497$. Al hacer la pregunta c_1 y obtener un No por respuesta, las doce alternativas que quedaban se reducen a seis, de modo que el valor de información de la pregunta c_1 será $\log_2 12 - \log_2 6 = 1$. La pregunta g_2 elimina dos de las seis alternativas que restan, si la respuesta es No; de modo que el valor de información de g_2 será $\log_2 6 - \log_2 4 = .58496$. Al hacer la pregunta h_2 y obtener la respuesta No, se reduce la incertidumbre en un valor de 1, es decir $\log_2 4 - \log_2 2 = 1$, quedando sólo dos ramas del árbol a dilucidar: w_3 y R. Si el sujeto pregunta por w_3 y la respuesta es No, la incertidumbre eliminada es $\log_2 2 - \log_2 1 = 1$. Nótese que el $\log_2 1$ es cero y es el valor de la incertidumbre que queda, ya que después de preguntar w_3 sólo queda una alternativa por investigar, que es la indicada por R.

Sumando los valores correspondientes a las distintas preguntas, se obtiene el valor 4.16994, que obviamente debe ser idéntico al de la incertidumbre total del problema, y promediando se obtiene .833988. Como esta táctica no tiene inversiones de orden, ni preguntas redundantes, ni preguntas irrelevantes, corresponde a lo que hemos llamado táctica ideal.

En el siguiente ejemplo analizaremos para la misma estructura la táctica $a_1 + d_2 + w_3 + b_1 + h_2 + g_2$ que incluye inversiones de orden y redundancias pero no preguntas irrelevantes, en el sentido de que todas las preguntas que el sujeto hace pertenecen al orden lógico que caracteriza al problema. Nótese que si se hiciera una pregunta fuera del árbol lógico su valor de información sería necesariamente cero.

En la táctica que vamos a analizar, la respuesta a todas las preguntas de la misma es No, exceptuando la pregunta b_1 . La pregunta a_1 elimina seis de las dieciocho alternativas y su valor de información es .58497. La pregunta d_2 no reduce incertidumbre, dado que corresponde a parte de la información de a_1 y en consecuencia deja, como la pregunta anterior, doce alternativas posibles. Por lo tanto, el valor de reducción de incertidumbre de d_2 es cero. La pregunta w_3 elimina sólo una alternativa, de modo que su valor es $\log_2 12 - \log_2 11 = .12553$. Sin em-

bargo, como esta pregunta va seguida por b_1 , hay una inversión de dos órdenes, por lo cual la cantidad antes indicada debe pesarse por el índice $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, lo que reduce el valor de w_3 a .041843. Al hacer la pregunta b_1 y obtener como respuesta Sí, es claro que el problema queda centrado en seis ramas de las cuales una ya ha sido eliminada por la pregunta w_3 . Consecuentemente, el valor de la pregunta b_1 será $\log_2 11 - \log_2 5 = 1.13750$. Al hacer la pregunta h_2 , quedan sólo tres alternativas (s_3, t_3, w_3), de modo que el valor de h_2 será $\log_2 5 - \log_2 3 = .73697$. Finalmente, la pregunta g_2 deja sólo una de las tres alternativas existentes y su valor será $\log_2 3 - \log_2 1 = 1.58496$. Sumando estos valores, la táctica en cuestión da un valor de información de 4.086243 que promediado por 6 da .681040.

Supongamos ahora que el sujeto detiene su táctica en la pregunta h_2 , de modo que le quedan por averiguar tres alternativas. En este caso, no ha reducido su incertidumbre a cero y consecuentemente puede decirse que ha adivinado la respuesta. Por lo tanto, sólo podremos decir que el sujeto no ha probablemente adivinado si la última pregunta que ha hecho tiene un valor de información de cero y es relevante. Por ejemplo, en la táctica $a_1 + d_2 + w_3 + b_1 + h_2 + g_2$, antes de hacer la pregunta g_2 existían tres alternativas posibles representadas por las ramas s_3, t_3 y R . Al preguntar por g_2 , se eliminan dos ramas y queda sólo una que corresponde a R que no elimina ninguna incertidumbre, puesto que el sujeto ha agotado todas posibles alternativas, como lo indica el $\log_2 1$ que es cero. Es decir, que en la táctica que nos ocupa, aunque debido a las inversiones de orden la cantidad de información acumulada no se corresponde con la incertidumbre total del problema, el sujeto ha agotado todas las posibles alternativas. Nótese que, si no se consideraran las inversiones de orden, el valor total de la táctica $a_1 + d_2 + w_3 + b_1 + h_2 + g_2$ sería de 4.16993, que es el que corresponde a las dieciocho alternativas que presenta el problema.

En el árbol correspondiente a la Figura 2, las preguntas a_1 y c_1 dan la misma información que b_1 . Es decir, la respuesta a a_1 y c_1 es No, con lo que un sujeto que pregunta por estos dos ítems elimina doce ramas. Exactamente lo mismo ocurre con b_1 ya que, siendo su respuesta Sí, elimina las ramas correspondientes a a_1 y c_1 . Consecuentemente, es equivalente hacer las preguntas a_1, c_1 , en cualquier orden

que sea, a hacer b_1 y como el sujeto no sabe con anterioridad cuál va a ser la respuesta a las preguntas a_1 , b_1 y c_1 , puede suponerse que actúa al azar al elegir una u otra. En consecuencia, en el caso de que el sujeto haya elegido b_1 , el denominador del puntaje final incluirá un incremento de 1.

Supongamos un sujeto que hace la pregunta a_1 seguida de c_1 . En este caso, a_1 tiene un valor de información de .58497 y c_1 un valor de 1. Nótese que pese a que ambas eliminan el mismo número de ramas del árbol lógico, el valor de información de cada una es diferente por ocurrir en distintos momentos dentro de la táctica. Es decir, que como dijimos anteriormente, la cantidad de información que provee la respuesta a una pregunta depende del momento en que se ha hecho dicha pregunta y de las preguntas que la han precedido. Ahora bien, si el sujeto hubiera hecho la pregunta b_1 , el valor de información proporcionado por la misma habría sido $\log_2 18 - \log_2 6 = 4.16993 - 2.58496 = 1.58497$, pero también habría obtenido ese valor a través de la secuencia $a_1 \rightarrow c_1$ ó $c_1 \rightarrow a_1$. Es decir, que el valor de información coincide con la diferencia que en el último caso han hecho dos preguntas y en el primero una sola. Nótese que un sujeto por azar puede elegir la pregunta que lleva a la respuesta, sin haber hecho previamente ninguna pregunta. Por ejemplo, en el caso de la Figura 2, si el sujeto hace la pregunta que corresponde a la rama R y nada más que esa pregunta, el valor de información que obtendrá será $\log_2 18 - \log_2 17 = .08247$, pues le queda aún por clarificar lo que media entre esta cantidad y la incertidumbre total del problema.

Existen problemas en los cuales la respuesta final no va dada directamente sino que hay que inferirla. Por ejemplo, si el sujeto sabe que hay 30 alumnos, porque esa es la respuesta que ha obtenido con una determinada pregunta, y además sabe que de ese total 20 son mujeres y tiene que averiguar cuántos varones hay, no existiendo una pregunta que requiera exactamente esa información deberá inferirla sustrayendo del número total de sujetos el número de mujeres. En situaciones de este tipo, puede ocurrir que, debido a esa necesidad de inferir, el sujeto dé por terminado el proceso de solución del problema sin tener la certeza de que el resultado que ofrece es el correcto. Consecuentemente, en estos casos procedemos sumando el valor de información de las preguntas que hace el sujeto y dividiendo este valor por un número de preguntas, que tiene como límite inferior el número de preguntas correspondiente a la táctica ideal. De no ser así, podría ocurrir que un sujeto, que ha inferido la respuesta prematuramente, obtuviera un puntaje mayor o igual al correspondiente a la táctica ideal. Por ejemplo, en el caso de la Figura 1, un sujeto podría preguntar

por a_1 y dar la respuesta del problema. En este caso, dado que el valor de información de a_1 es 1, si no aplicáramos la regla anteriormente enunciada, el sujeto obtendría un valor igual al de la táctica ideal con una táctica incompleta. En cambio, al dividir por dos, que es el número de preguntas de la táctica ideal, el valor de esta táctica a_1 queda reducido a .50.

Los resultados obtenidos por la aplicación de este método se detallarán en un trabajo a ser publicado próximamente y en el cual se comparan distintos métodos de evaluación de problemas presentados a distintas muestras de sujetos.

Buenos Aires, junio de 1979

Horacio J.A. Rimoldi

María Cristina Richaud de Minzi

Elisa Graciela Radovanovic

BIBLIOGRAFIA

- ATTNEAVE, F.: Applications of information theory to psychology: a summary of basic concepts, methods and results. New York, Holt, 1959.
- BIRKHOFF, GARRETT: A survey of modern algebra. 3 ed. New York, MacMillan, 1965.
- BLOCK, J.H.(Ed.): Mastery learning; theory and practices. New York, Holt, 1971.
- KENDALL, M.G.: Rank correlation methods. London, Charles Griffin, 1948.
- RIMOLDI, H.J.A.: A technique for the study of problem solving. Educational and Psychological Measurement, 1955, 15(4), 450-461.
- RIMOLDI, H.J.A.: Problem solving as a process. Educational and Psychological Measurement, 1960a, 20(3), 449-460.
- RIMOLDI, H.J.A.; GRIB, T.: Pattern Analysis. British Journal of Statistical Psychology, 1960b, 13(2), 137-149.
- RIMOLDI, H.J.A.; DEVANE, J.R.; HALEY, J.V.: Characterization of processes. Educational and Psychological Measurement, 1961a, 21(2), 383-392.
- RIMOLDI, H.J.A.: L'étude des processus psychologiques. Le Travail Humain, 1961b, N°3-4, 225-234.
- RIMOLDI, H.J.A.: The test of diagnostic skills. Journal of medical education, 1961c, 36(1), 73-79.
- RIMOLDI, H.J.A.; HALEY, J.V.; FOGLIATTO, H.M.; ERDMANN, J.B.: A program for the study of thinking. Bulletin de l'Association Internationale de Psychologie Appliquée, 1963, 12(2).
- RIMOLDI, H.J.A.; FOGLIATTO, H.M.; ERDMANN, J.B.; DONNELLY, M.B.: Problem solving in High School and College Students. Chicago, Loyola University, Loyola Psychometric Laboratory. Publication N° 42, 1964.

RIMOLDI, H.J.A.:

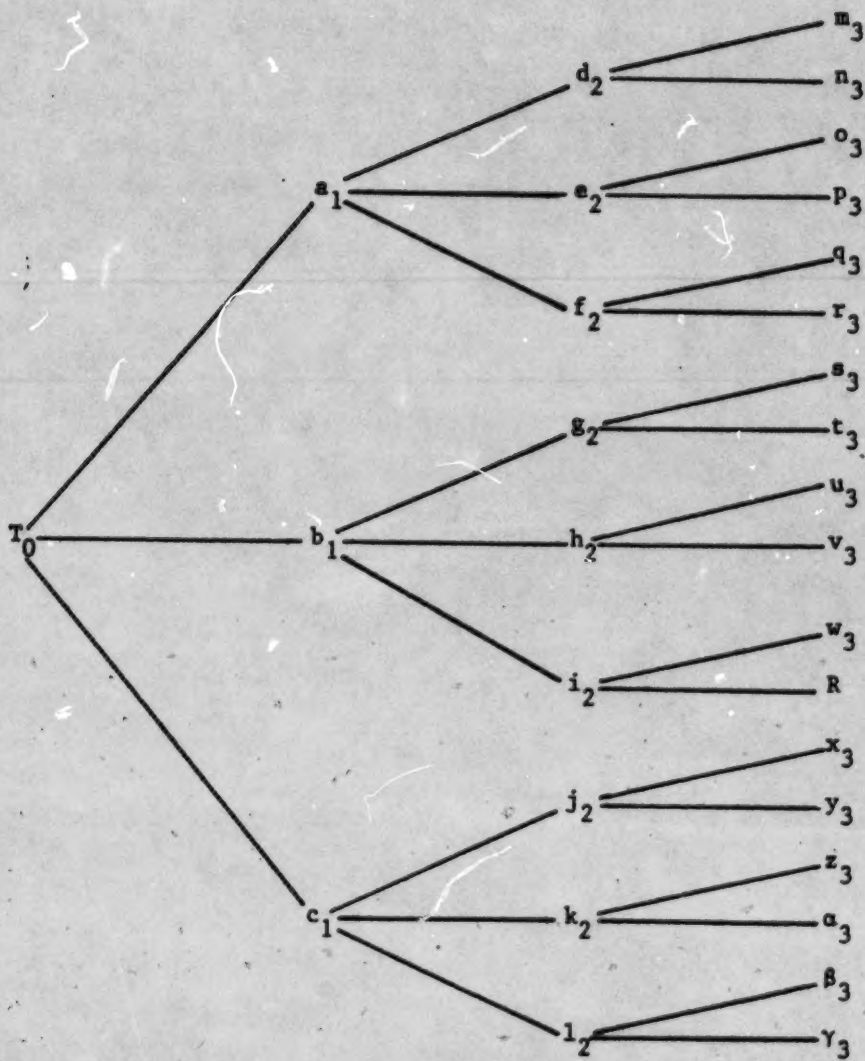
Thinking and language. Archives of General Psychiatry, 1967, 17, 568-576.

RIMOLDI, H.J.A.:

On cognizing cognitive processes. Chicago, Loyola University, Loyola Psychometric Laboratory. Publication N° 57, 1969.

RIMOLDI, H.J.A.:

Problems of thinking about thinking. (In: Psychological processes in cognition and personality) (En prensa), 1979.

Figura 2

18 = 4.16993

Esta publicación se terminó de imprimir en el Centro
Interdisciplinario de Investigaciones en Psicología
Matemática y Experimental (CIIPME) Cangallo 2158
Buenos Aires, 29 de junio de 1979

"INFORMATION AND DECISION MAKING IN PROBLEM SOLVING"

Dr. Horacio J. A. Rimoldi

Lic. Marfa Cristina Richaud de Minzi

Lic. Elisa Graciela Radovanovic

In 1954 Rimoldi developed a new technique for the study of medical diagnosis. This technique emphasizes the process of solution rather than the final answer (Rimoldi 1955; 1961 a). The evaluation of the process is made by investigating the questions that the subject asks to solve the problem. The sequence of questions asked is called tactic. It is clear that in order to solve the same problems subjects may ask for different questions. This will show in the tactics that may be considered to be an image of the process.

The evaluation of the tactics was originally made using various types of statistical approaches. It was in 1963 (Rimoldi, 1963) that the logical structure of the problem was used as a parameter to evaluate tactics. Considering how an observed tactic follows the structure of a problem it is possible to score the tactic.

In 1964 (Rimoldi, 1964) the first attempt was made to evaluate tactics using information theory. It was assumed that, except for guessing, a correct solution of the problem requires the reduction of the uncertainty to a zero value. In short it is assumed that every question asked reduces uncertainty by a certain amount and that a correct solution implies a total uncertainty reduction.

- Uncertainty Reduction and Decision Making in Solving Problems

We shall assume: a) that tactics are the observable images of the process; b) that questions asked reduce uncertainty; c) that if the subject has solved the problem without reducing his uncertainty to zero it is very likely that he has guessed, and d) that zero uncertainty may be reached using different tactics (Rimoldi, 1969; 1979).

The intrinsic difficulty of the problem (Rimoldi, 1963) is defined by its structure. This structure depends on the elements of the problem, their relationships and the operations that it is possible to perform with them.

A given problem may be considered in terms of its logical structure and its manner of presentation. The decisions that the subject makes when asking questions will cause, by the information provided by the answer, some uncertainty reduction. This defines the observed difficulty of the problem that varies with every tactic. However in terms of the structure of the problem there is an intrinsic difficulty that is constant for all problems having the same structure. The difference between observed and intrinsic difficulty defines the extrinsic difficulty, that depends on various variables, among them the manner of presentation of the structure (Rimoldi, 1963). Notice that the same structure may be realized using different presentations. This gives rise to families of problems logically isomorphic.

The decisions that the subject makes to obtain the information that will reduce his uncertainty characterize the tactic. This interpretation assumes both accumulation of information and an ordered sequence of decisions. Both theories - information and decision making - may contribute to clarify the problem.

Theoretically speaking the amount of information given by the answer to a certain question depends on that question in that problem. The same answer to the same question does not always reduce uncertainty by the same amount.

According to the decisions previously made it might occur that the answer will provide information already known - either totally or partially - or unknown. In the first case the information acquired is partial or zero and in the second case it is maximal. In other words each tactic is an organic whole in which each question has an special value that may or may not be equal to the value that it could have if placed in another order in the sequence. Decision and information interact in different ways in different tactics.

There are tactics in which the answer to each question asked reduces uncertainty maximally until it becomes zero. These tactics have the least possible number of questions and do not have questions that are redundant or irrelevant. Such sequence are called ideal tactics (Rimoldi, 1979). In terms of the distance between the ideal tactic and any observed tactic it is possible to evaluate the later. This procedure makes it possible to score each subject in each problem not in terms of an average but as a function of the ideal tactics.

In some problems - for instance medical diagnosis every day problems, etc. - it may be difficult to evaluate the total uncertainty of the problem and the value of the information provided by the answers to the questions asked. This is basically due to the fact that the structure of the problem may be difficult to specify. In this study we will limit ourselves to describe a technique to evaluate tactics that correspond to problem with defined structures, as it happens in partially ordered sets.

- Method of Evaluation

Let figure 1 represent the structure of the problem. The total uncertainty of the problem with this structure is defined by $\log_2 n$ where n is the number of final branches of the logical tree. Therefore the total uncertainty of this problem is $\log_2 4 = 2$ bits.

When a subject asks a question the corresponding answer makes it possible to eliminate a certain number of alternatives thus reducing the total uncertainty. The score corresponding to each question is represented by the $\log_2$ of the number of branches of the tree that remain after the question is made subtracted from the uncertainty that existed before asking the question. The final score is calculated by adding the scores corresponding to the questions asked divided by the number of questions.

In the case of figure 1 assume that the subject asks question a_1 . If the answer is negative this means that c_2 and d_2 are also negative remaining only e_2 and R . Contrarywise if the answer to a_1 is positive the final answer must be either c_2 or d_2 . In any case there are two branches that remain after asking question a_1 . Therefore the score corresponding to question a_1 is:
 $\log_2 4 - \log_2 2 = 2 - 1 = 1$ bits.

Assume that the answer to the question a_1 is No. If the subject asks for instance for e_2 and if the answer is No, it remains only one branch. The score for question e_2 would be $\log_2 2 - \log_2 1 = 1 - 0 = 1$.

With reference to order we assume that it affects the information that the subject acquires. For instance, in the case of figure 1 if question d_2 is asked before a_1 , d_2 should be penalized since it is intuitively clear that question a_1 includes the information corresponding to c_2 and d_2 . That is asking a_1 after d_2 the information that a_1 provides is only part of the information that could have been obtained if the order of the question had been $a_1 \rightarrow d_2$. For this reason order inversions are penalized according to the index $(1 - \frac{j}{k})$ where j = displacement with reference to the order that goes from more general to more specific and k = number of possible inversions for the structure under consideration.

For instance in the case of figure 1 there are two order positions, so that $k = 2$. By asking d_2 before a_1 there is one order inversion and the index will be: $(1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2})$, that is the information value of question d_2 should be weighted by $\frac{1}{2}$.

In the case of figure 2 if the subject begins asking question d_2 before a_1 its value is $\frac{2}{3}$ of the value that would correspond if no inversions existed. The inversion index will be: $(1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3})$. If the subject would have started asking question m_3 and afterwards a_1 the score of question m_3 would be $\frac{1}{3}$ of its value, that is $(1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3})$. The score for each tactic results from adding the information value of the questions asked divided by the number of questions asked.

For the case of figure 2 assume tactic $a_1 + c_1 + g_2 + h_2 + w_3$. The total uncertainty of the problem is $\log_2 18 = 4.16993$ where 18 is the total number of equiprobable alternatives.

If the answer to question a_1 is No, six branches are eliminated so that the uncertainty reduction due to question a_1 will be: $\log_2 18 - \log_2 12 = .58497$. If the answer to question c_1 is No the remaining 12 alternatives are reduced to 6, so the information value of question c_1 will be in this sequence: $\log_2 12 - \log_2 6 = 1$. If the subject next asks for question g_2 and obtains a No answer 4 branches remain so that information value of g_2 will be: $\log_2 6 - \log_2 4 = .58496$. A negative answer to question g_2 further reduces the uncertainty so that $\log_2 4 - \log_2 2 = 1$, and only 2 branches remain that is w_3 and R. Asking for w_3 and obtaining a No answer the uncertainty is reduced by $\log_2 2 - \log_2 1 = 1$. Notice that after asking w_3 remains only one alternative that corresponds to R.

Adding the value corresponding to the different questions a value of 4.16994 is obtained that within rounding error is identical to the total uncertainty of the problem. Averaging this value, the score for the tactic will be . 833988. Since the exemplified tactic has no order inversions is not redundant and has no irrelevant questions it corresponds to what we have identified as ideal tactic.

Let us examine now the tactic $a_1 \rightarrow d_2 \rightarrow w_3 \rightarrow b_1 \rightarrow h_2 \rightarrow g_2$ that contains inversions of order and redundant questions but has not irrelevant questions since all the questions that the subject asks belong to the logical tree that characterizes the problem. Notice that if the subject would ask a question that does not correspond to the logical tree the information value of that question will necessarily be zero.

All the questions of the tactic that we are discussing have a No answer except question b_1 . Since question a_1 eliminates six out of 18 alternatives its information value will be: . 58497. Question d_2 does not reduce any uncertainty since it corresponds to the information provided by a_1 and therefore asking d_2 after a_1 still leaves twelve alternatives. The information value of question d_2 is zero. Question w_3 eliminates only one alternative and therefore its information value is: $\log_2 12 - \log_2 11 = . 12553$ bits. However since question w_3 is followed by b_1 there is an inversion and the information value recently given to w_3 should be weighted by the index $(1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3})$ given a result of . 041843 bits. Asking question b_1 and obtaining a Yes answer centers the problem in six branches one of which has already been eliminated by question w_3 . Consequently the value of question b_1 will be: $\log_2 11 - \log_2 5 = 1.13750$. After asking question h_2 only remain three alternatives (s_3, t_3, w_3), so that the value corresponding to h_2 will be: $\log_2 5 - \log_2 3 = .73697$ bits. Finally question g_2 leaves only one of the three remaining alternatives and its value will be: $\log_2 3 - \log_2 1 = 1.58496$. Adding those values, the total information

accumulated will be 4.086243 bits with an average of .681040 bits.

Let us assume than in the previous case the tactic is ended with question h_2 so that three alternatives still remain. In this case the uncertainty has not been reduced to zero and consequently it may be said that the subject has guessed the answer. Consequently the amount of information accumulated is not equal to the total uncertainty of the problem. This suggests that the subject might have guessed. In some cases the amount of information gathered may be less than the total uncertainty because the sequence may show inversions of order.

In figure 2 questions a_1 and c_1 give the same information than question b_1 . A subject asking questions a_1 and c_1 eliminates twelve branches. The same occurs with b_1 since the answer to b_1 is Yes, and this eliminates the branches corresponding to a_1 and c_1 . Consequently, it is equivalent to ask $a_1 + c_1$, in any order than to ask for b_1 . Since the subject does not know before hand the answer to questions a_1 , b_1 , c_1 we might assume that he proceeds by chance. Consequently if the subject has selected b_1 when averaging, the denominator should be increased by one.

Let us now assume the sequence $a_1 + c_1$. Question a_1 has an information value of .58497 and c_1 a value of 1.00. Though both question eliminate the same number of branches the information value in each one of them is different, since they occur at different times in the sequence. If the subject had asked question b_1 the information value would have been: $\log_2 18 - \log_2 6 = 4.16993 - 2.58496 = 1.58497$ bits. But this value could have been obtained using the sequences $a_1 + c_1$ or $c_1 + a_1$. Notice that just by chance a subject may choose either a_1 or b_1 or c_1 . In the case of figure 2 the subject may ask only for question R that has an information value of: $\log_2 18 - \log_2 17 = .08247$, and still obtain the correct answer by guessing.

In some cases the final question is not directly given. For instance,

if we know that there are thirty students of which twenty are women and we have to investigate how many men are there, the answer is inferred. In situations of this type it may occur that the subject will consider the process as finished, not being certain that the solution offered is the correct one. Consequently in situations of this type we add the information value of the questions and divide by the number of question asked that should never be less than the number of questions corresponding to the ideal tactic. Otherwise it might occur that the subject who has offered the answer could obtain a score equal or higher than the one corresponding to the ideal tactic. For instance in the case of figure 1, the subject may ask question a_1 and give a correct final answer. In this case since the information value of a_1 is 1, not applying the previous rule the subject would obtain a score equal to the one of the ideal tactic and still use an incomplete tactic. But if we divide by two that is the number of questions in the ideal tactic the value is reduced to .50.

The results obtained by the application of this method will be shown in future studies in which several methods of evaluation are compared.

BIBLIOGRAFIA

- RIMOLDI, H.J.A.: A technique for the study of problem solving. Educational and Psychological Measurement, 1955, 15 (4), 450-461
- RIMOLDI, H.J.A.; DEVANE, J.R.; HALEY, J.V.: Characterization of process. Educational and Psychological Measurement, 1961, 21(2) 383-392
- RIMOLDI, H.J.A.; HALEY, J.V.; FOGLIATTO, H.M.; ERDMANN, J.B.: A program for the study of thinking. Bulletin de l'Association Internationale de Psychologie Appliquée, 1963, 12(2).
- RIMOLDI, H.J.A.; FOGLIATTO, H.M. ERDMANN, J.B.; DONNELLY, M.B.: Problem solving in High School and College Students. Chicago, Loyola University, Loyola Psychometric Laboratory. Publication N°42, 1964.
- RIMOLDI, H.J.A.: On cognizing cognitive processes. Chicago, Loyola University, Loyola Psychometric Laboratory. Publication N°57, 1969.
- RIMOLDI, H.J.A.: Problems of thinking about thinking. (In: Psychological processes in cognition and personality) (En prensa), 1979.

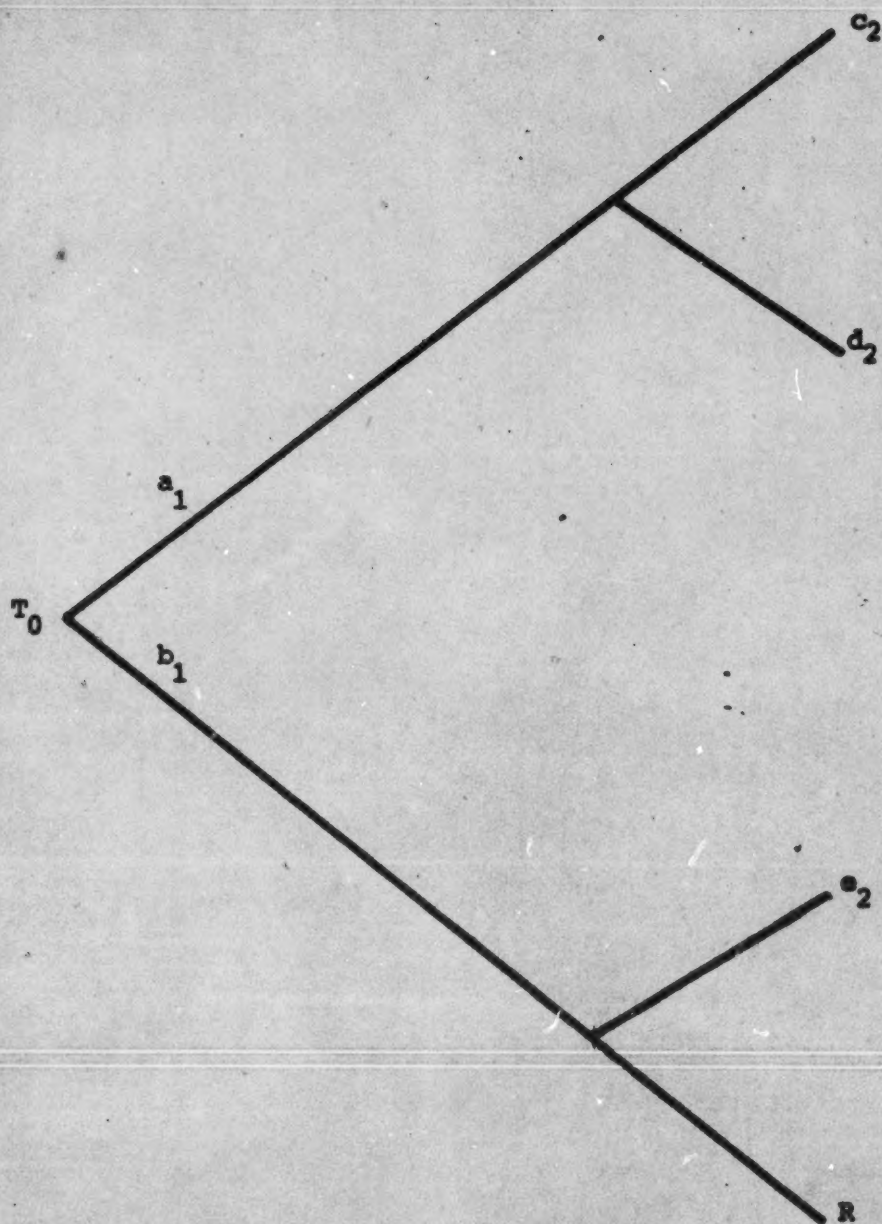
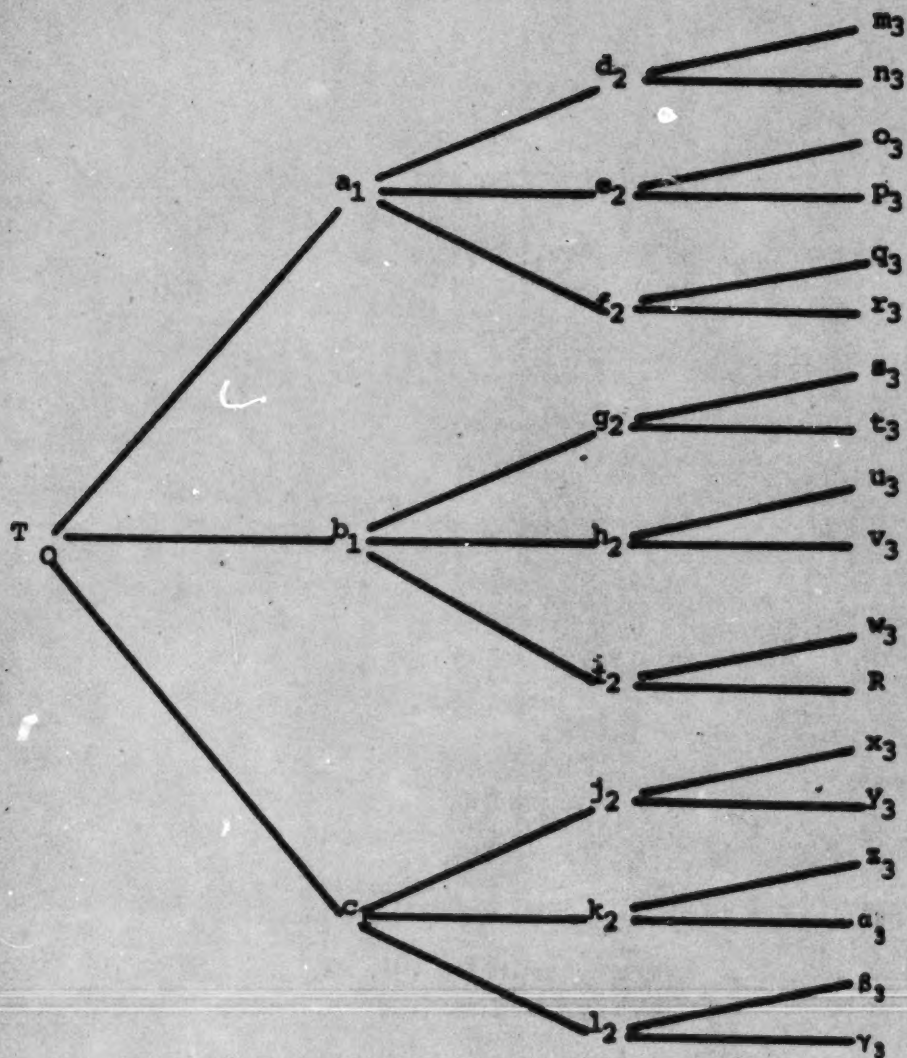
Figure 1

Figure 2

18 = 4.16993